

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – giugno 2024**



**Domanda 1 (punti 3).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} \cdot \log(4 - 2x)$$

Dominio	$E = (-\infty, -1] \cup [1, 2)$
Positività	$P = (-\infty, -1) \cup (1, 3/2)$
Intersezioni	$A(-1; 0) \quad B(1; 0) \quad C(3/2; 0)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x + 5 - \sqrt{9x^2 + 5x - 3})$  e  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{x^3 - 4x} - 1}{x^3 + 2x^2}$

Soluzioni	25/6; 2
-----------	---------

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = 3x - \frac{x-9}{x+3}$

Derivata prima	$f' = \frac{3(x^2 + 6x + 5)}{(x+3)^2} \quad E = \mathbb{R} / \{-3\}$
Estremi	$M(-5; -22) \quad m(-1; 2)$ cresce in $(-\infty, -5) \cup (-1, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \log\left(\frac{9-x^2}{x^2}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{18}{x \cdot (x^2 - 9)} \quad E = (-3, 3) / \{0\}$
Derivata seconda	$f'' = -\frac{54(x^2 - 3)}{x^2 \cdot (x^2 - 9)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-\sqrt{3}; \log 2); F_2(\sqrt{3}; \log 2)$ convessa in $(-\sqrt{3}, \sqrt{3}) / \{0\}$

**Domanda 5 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + 4x^2 + 4}}{x^2 - 5x + 6}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{2, 3\}$
As. verticali	$x = 2$ e $x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_1^4 \left( \frac{\sqrt{x} - x}{\sqrt{x}} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{\frac{1-x}{5}} dx$$

Integrale definito	primitiva: $x - \frac{2x^{3/2}}{3}$ $-\frac{5}{3}$
Integrale indefinito	$-5e^{\frac{1-x}{5}} \cdot (x^2 + 10x + 50) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + y - 2z = 2 \\ 3x + y + 4z = -2 \\ 2x + k \cdot y + k \cdot z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -4; 1$ : incompatibile $k \neq -4; 1$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-6}{k^2 + 3k - 4}; y = \frac{2(k^2 + 9k + 5)}{3(k^2 + 3k - 4)}; z = \frac{-2k^2 - 9k + 17}{3(k^2 + 3k - 4)}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = -4x^2 + x \cdot y + 5x + 2y^2 - 2y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 3x + y = 2$ .

Derivate parziali	$f_x = -8x + y + 5 \quad f_y = x + 4y - 2$
Estremi liberi	$S(2/3; 1/3) \quad z = 7/3 \quad H = -33$
Estremi vincolati	$m(1/2; 1/2) \quad \lambda = 1/2 \quad z = 9/4$ $H = -22$

**Domande teoriche.**

- 1) Operazioni sui limiti e forme indeterminate (punti 2, 4\*)
- 2) Il teorema di Rolle con esempio (punti 2, 4\*)
- 3) Definizione di rapporto incrementale parziale e derivate parziali (punti 2, 4\*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con \*.*